

EL VALOR DE APRENDER MATEMÁTICA

Patricio Felmer

Centro de Modelamiento Matemático

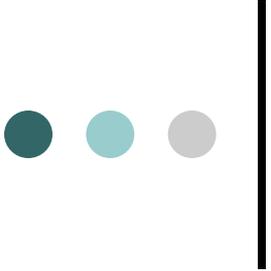
Universidad de Chile

Quinto Seminario, Fundación Educacional Arauco

Talca, 30 de octubre de 2012



¿Qué tenemos que hacer para que
nuestros niños y niñas aprendan
matemática?

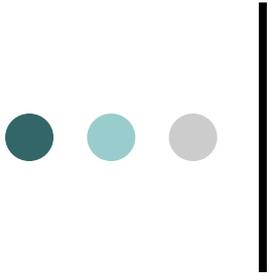


PRIMERA PARTE

Fortaleciendo la formación inicial de los profesores y profesoras

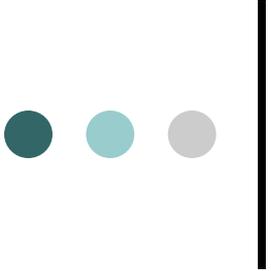
SEGUNDA PARTE

Incorporando y practicando la resolución de problemas



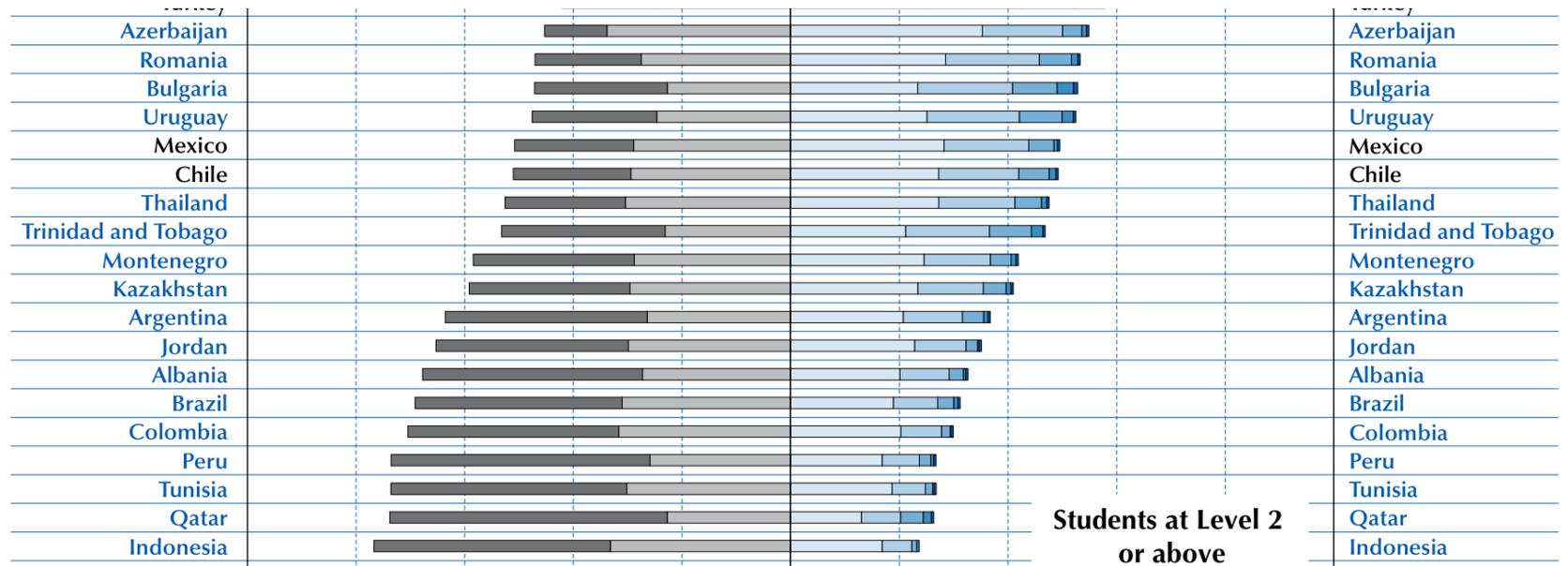
PRIMERA PARTE

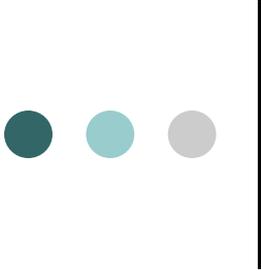
Fortaleciendo la
formación inicial de los
profesores y profesoras



Nuestro panorama en la matemática

La prueba PISA 2009 ...





Chile alcanza lugar 47 en Matemática con 421 puntos.

En el otro extremo están Shanghai (600), Singapur (562), Hong Kong (555), Korea (546)...

6, ...

5, ...

...

2, los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que no exigen más que una deducción directa. Son capaces de extraer la información necesaria de una única fuente de información y utilizar un único método de representación. Los alumnos de este nivel saben usar fórmulas, procedimientos, convenciones y algoritmos elementales. Son capaces de razonar de manera directa y de hacer una lectura literal de los resultados.

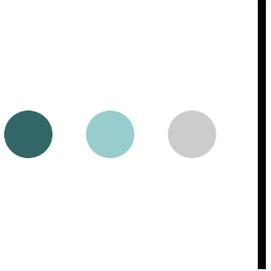
En el nivel 1, los alumnos saben responder a preguntas relativas a contextos habituales en que está presente toda la información pertinente y las preguntas están bien definidas. Son capaces de identificar la información y de realizar procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen de manera inmediata del estímulo dado.

¿Cómo nos fue en el Estudio TEDS-M?

Country	Mn	(se)
Taiwan	623	(4.2)
Singapore	590	(3.1)
Switzerland	543	(1.9)
Russian Federation	535	(9.9)
Thailand	528	(2.3)
United States-Private	527	(3.6)
Norway	519	(2.6)
United States-Public	518	(4.1)
Germany	510	(2.7)
Poland	490	(2.2)
Malaysia	488	(1.8)
Spain	481	(2.6)
Botswana	441	(5.9)
Philippines	440	(7.6)
Chile	413	(2.1)
Georgia	345	(3.9)

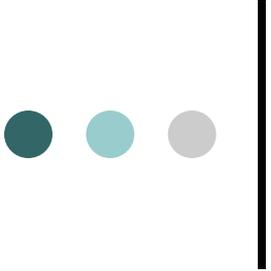
Estudio Internacional a Estudiantes de Pedagogía en Matemática con 16 países participantes. (2007-2009).

(Conocimiento del Contenido Matemático a nivel Primario)



Es una realidad...

no nos va bien en matemática
en las pruebas nacionales
y en la pruebas internacionales



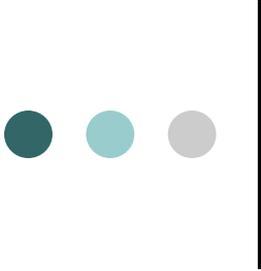
Será que...

¿En matemática somos y seremos siempre
porros los chilenos?

¿Será que la matemática no es para nosotros?

¿Que nos será siempre difícil?

¿Que está en nuestros genes?



Será que...

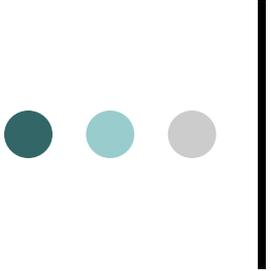
¿será que se requiere una alimentación especial?

¿será el sushi o las frutas tropicales?

¿un clima especial?

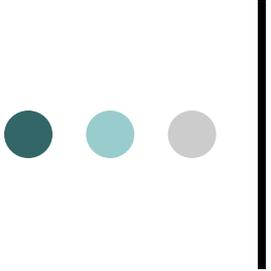
¿será el clima tropical de Singapur?

¿o los inviernos crudos de Finlandia?



Pero después de todo...

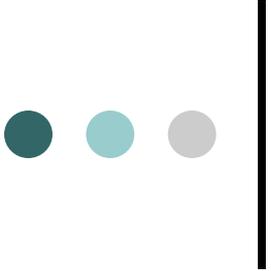
¿Será tan importante la
matemática?



¡Claro que es importante!

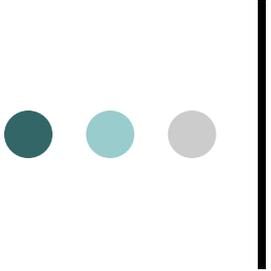
La matemática está presente en la vida cotidiana de la gente en los más diversos contextos: visitando al médico, decidiendo sobre un préstamo, eligiendo y votando por un candidato, comprando a crédito, comprendiendo tendencias económicas, comprendiendo los debates científicos, etc...

Ciertamente se puede vivir en la sociedad moderna sin saber mucha matemática... como también se puede vivir leyendo de manera precaria...
es una manera más pobre de vivir...



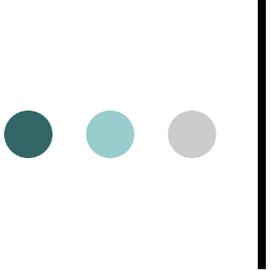
¡Claro que es importante!

- Porque está en la vida cotidiana...
...pero también
- Porque es entretenida.
- Porque me permite explicar cosas.
- Porque me permite participar y entender las noticias.
- Porque me enseña a pensar y ordenar mis ideas.



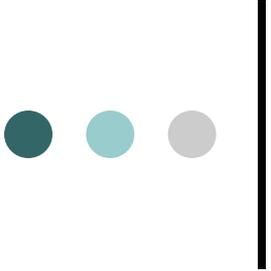
¡Claro que es importante!

- Porque me enseña a dar argumentos.
- Porque es la base de conocimientos más avanzados.
- Porque aprendo de los números
- Porque aprendo del espacio y las formas
- Porque aprendo a comprender el cambio
- Porque comprendo y creo relaciones entre cosas



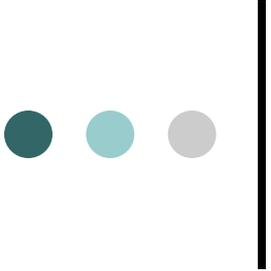
¡Claro que es importante!

- Porque aprendo a comprender la incerteza
- Porque aprendo un lenguaje
- Porque aprendo a trabajar en equipo
- Porque desarrollo mi curiosidad
- Porque aprendo a hacer preguntas



¡Claro que es importante!

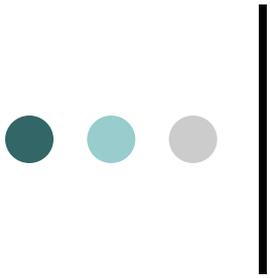
- Porque aprendo a mirar el mundo con otros ojos.
- Porque aprendo a modelar la realidad.
- Porque aprendo a resolver problemas.
- Porque aprendo a enfrentar problemas
- Porque...



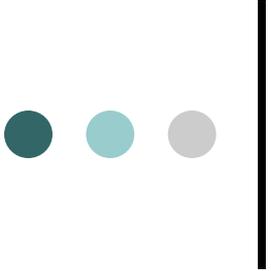
¿Qué piensan los países desarrollados?

Una respuesta de porque los países desarrollados quieren que sus niños y niñas aprendan matemática la encontramos en la prueba PISA (para los países de la OECD) ¿qué quieren medir?

En matemática esta prueba mide *competencia matemática*: es la capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeña la matemática en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con la matemática de forma que pueda satisfacer las necesidades de la vida diaria como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.



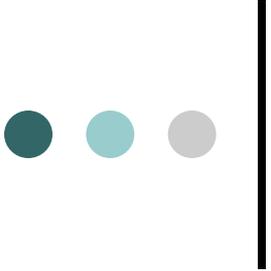
Dediquemos unos minutos a
la formación de los
profesores de enseñanza
básica en Chile...



Un mensaje para los formadores de profesores de educación básica

Es una realidad...

En Chile no le estamos dando a los futuros profesores y profesoras de educación básica las oportunidades de aprender la matemática que tienen que enseñar ni las habilidades y metodologías para enseñarla...



Un estudio nacional

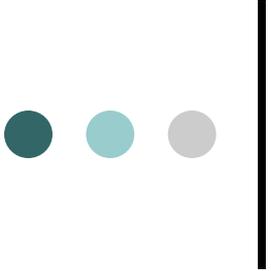
En un estudio realizado a las Facultades formadoras de profesores se analizó la composición de las mallas curriculares:

Sobre el 80% tiene 3 o menos cursos de matemática en los 4-5 años de carrera

Sobre el 50% de las carreras tiene 2 cursos

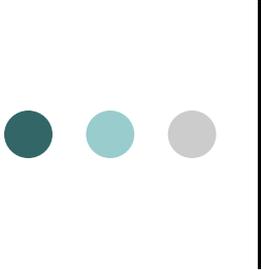
(Revista Calidad de la Educación del Consejo Superior de Educación, 2008)

El currículo escolar dedica un mínimo de 20% a matemática de 1º a 4º y 13% de 5º a 6º



Y se nos da la paradoja:

“En Chile creemos que la matemática es difícil y también creemos que no es necesario prepararse para enseñarla”



Desde la academia uno podría hacerse las siguientes preguntas:

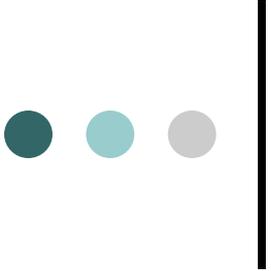
¿Será necesario prepararse en matemática para enseñar matemática elemental?

¿Es difícil enseñar matemática elemental?

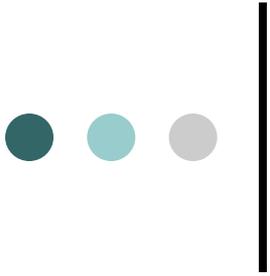
¿Hace alguna diferencia saber matemática en la sala de clases?

¿Basta con un buen texto?

Vamos a intentar responder a estas preguntas...



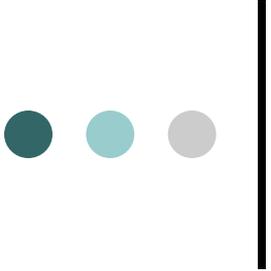
Y para ello recurrimos a
Liping Ma, profesora china
que escribió el libro



Conocimiento y Enseñanza de las Matemáticas Elementales:

La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y Estados Unidos

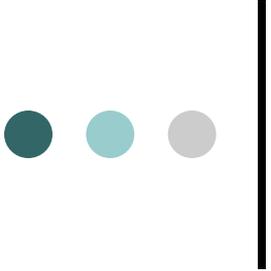
Liping Ma, profesora china que hizo su doctorado en Estados Unidos, que publicó el libro en Estados Unidos en 1999 y en Chile el 2010.



¿Qué hizo Liping Ma?

Eligió una muestra de profesores en Estados Unidos (23) y en China (72) y les planteó 4 problemas que aparecen en la enseñanza de matemática a nivel elemental.

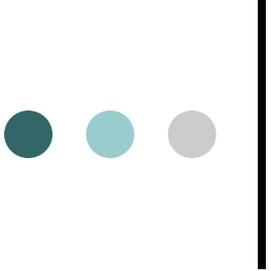
El análisis de las respuestas de los profesores le permitió comprender mejor qué es lo que deben saber los profesores para enseñar y además corroborar su sospecha...



¿Qué encontró Liping Ma?

Que los resultados de las pruebas internacionales como TIMSS y PISA de Estados Unidos y de China se pueden relacionar más con la preparación de los docentes, que con otros factores que se han usado para explicar la diferencias, como son elementos culturales, dificultad con el lenguaje escrito, etc..

(Los niños norteamericanos tienen resultados mediocres y los chinos alcanzan resultados sobresalientes en las pruebas internacionales)

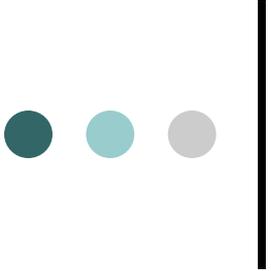


¿Qué encontró Liping Ma?

Que enseñar matemática a nivel elemental es intelectualmente demandante

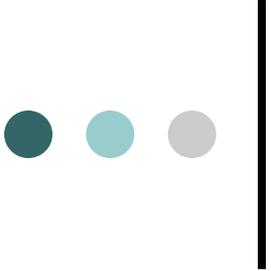
Que la comprensión de la matemática que tiene el profesor o profesoras es fundamental para el éxito del aula

Que la capacidad de un profesor de entablar una discusión matemáticamente significativa con un estudiante depende de su propia comprensión de la matemática



Los 4 Escenarios de Liping Ma:

Conocimiento de la matemática
relevante para enseñarla...

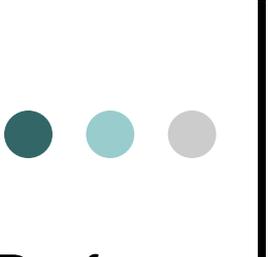


Escenario 1

Dediquémosle un tiempo a pensar en un tema en particular con el que puede trabajar cuando enseñes resta con reserva. Mira estas preguntas

$$\begin{array}{r} 52 \\ -25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 91 \\ -79 \\ \hline \end{array}$$

¿Cómo abordarías estos problemas si estuvieras enseñando en segundo básico? ¿Qué dirías que deben comprender los alumnos o qué deben ser capaces de realizar antes de que puedan comenzar a aprender la resta con reserva?



Escenario 2

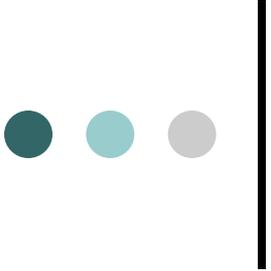
Profesores de sexto básico se dieron cuenta que varios de sus alumnos cometían el mismo error al multiplicar números. Cuando intentaban calcular

$$123 \times 645$$

los alumnos parecían olvidarse de “mover los números” . Hacía esto:

<u>123</u> x 645	En lugar de	<u>123</u> x 645
615		615
492		492
<u>738</u>		<u>738</u>
1845		79335

Los profesores estaban de acuerdo en que esto era un problema pero no había acuerdo en qué hacer al respecto. ¿Qué harías si enseñaras en sexto básico y te dieras cuenta de que varios de tus alumnos están haciendo esto?



Escenario 3

La gente tiene distintas formas de resolver problemas que involucran la división con fracciones. ¿Cómo se resuelve un problema como este?

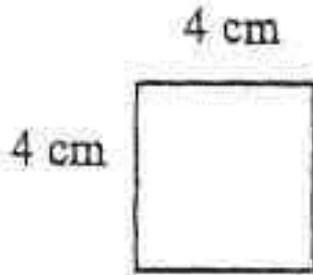
$$1\frac{3}{4} : \frac{1}{2} =$$

Imagina que estás enseñando la división con fracciones. Para hacer esto significativo para los niños, algo que muchos profesores intentan es relacionar las matemáticas con otras cosas. A veces, intentan crear situaciones del mundo real o problemas de desarrollo para mostrar la explicación de algún contenido particular. ¿Cuál dirías que es un buen problema o modelo de la realidad para

$$1\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \quad ?$$

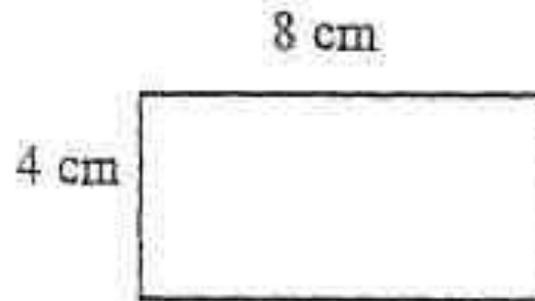
Escenario 4

Imagina que una alumna de tu curso llega a clases muy emocionada y te cuenta que ha descubierto una teoría que tú nunca le has dicho al curso. Te explica que ha descubierto que a medida que aumenta el perímetro de una figura cerrada, el área también aumenta y le muestra este dibujo para demostrar lo que está haciendo:



Perímetro = 16 cm

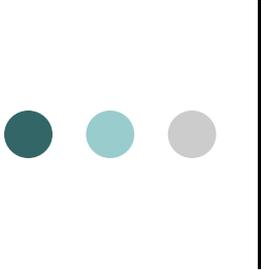
Área = 16 cm cuadrados



Perímetro = 24 cm

Área = 32 cm cuadrados

¿Cómo le responderías a esta alumna?



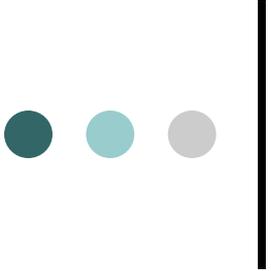
¿Qué nos dice este libro a los chilenos?

Que tenemos que formar bien a nuestros futuros profesores y profesoras

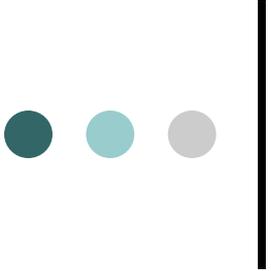
Que tenemos que darle oportunidades de adquirir un conocimiento profundo de la matemática escolar

Que tenemos que darle oportunidades para desarrollar estrategias de enseñanza

Que tenemos que darle oportunidades de conocer a los alumnos, en qué se equivocan, qué les cuesta.

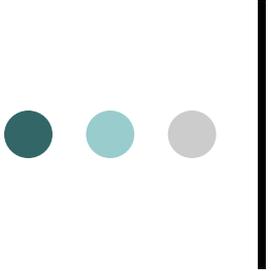


¿Qué se está haciendo en materia de formación de profesores de enseñanza básica?

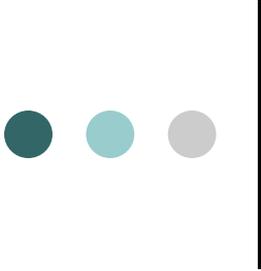


Tenemos nuevas realidades en Chile y hay que reaccionar a ellas

- Beca Vocación de Profesor
- Prueba Inicia para egresados
- Estándares Orientadores para la Formación de Profesores
- Convenios de desempeño



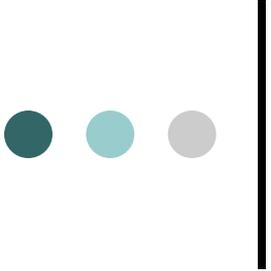
Dos minutos sobre los estándares orientadores para la formación de profesores de enseñanza básica



Estándares para la formación de profesores

Grandes Objetivos:

- Determinar y describir los conocimientos y habilidades específicas de la tarea de enseñar matemática en los niveles de Educación Básica de Primero a Sexto (Media de Séptimo Básico a Cuarto Medio) demandados por el currículo escolar.
- Desarrollar una modalidad de estándares que oriente posibles evaluaciones de estos conocimientos y habilidades .
- Desarrollar orientaciones para las universidades formadoras de profesores para que enriquezcan su currículo de formación.



Los Ejes y el Currículo Escolar

- **Números:**

- 6 estándares

- **Geometría y Medición**

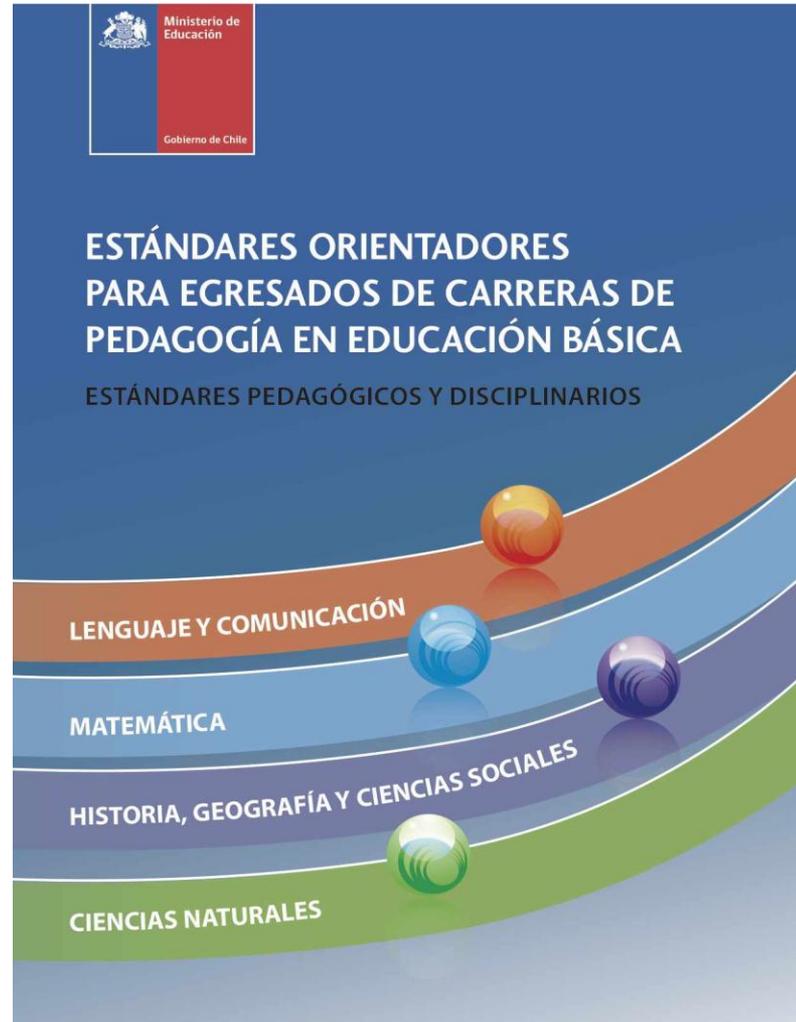
- 5 estándares

- **Álgebra**

- 3 estándares

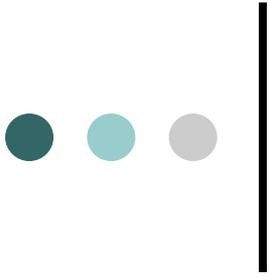
- **Datos y Azar**

- 3 estándares



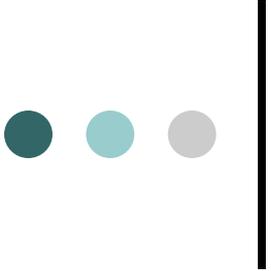
CPEIP:

http://www.mineduc.cl/index2.php?id_portal=41&id_seccion=3117&id_contenido=12965

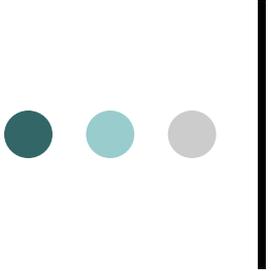


SEGUNDA PARTE

Incorporando y
practicando la resolución
de problemas

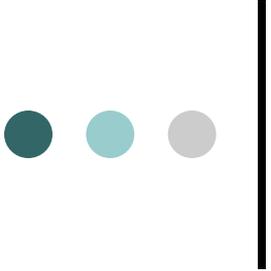


La Resolución de Problemas en el Currículo



Ajuste Curricular 2009

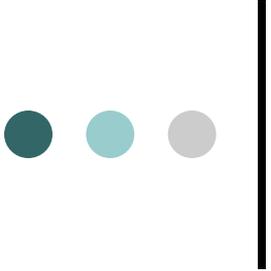
En el Ajuste Curricular 2009, la resolución de problemas aparecía de forma transversal en todos los ejes del currículo y a lo largo de toda la enseñanza básica y media



Bases Curriculares 2012

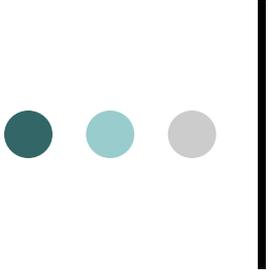
Las Bases Curriculares reemplazan el Ajuste Curricular 2009. Aquí la resolución de problemas también aparece de forma transversal en todos los ejes del currículo y a lo largo de toda la enseñanza básica (y media)

La resolución de problemas aparece explícitamente como una de cuatro habilidades del razonamiento matemático



He aquí un problema...

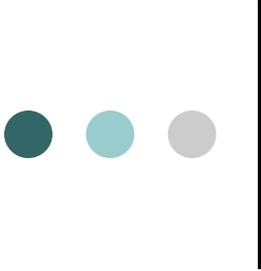
La señora Juanita tenía que preparar la comida, y necesitaba comprar 5 kilos de papas en el almacén. Cada kilo costaba \$300. La señora Juanita pagó con \$5.000. ¿Cuánto vuelto le dieron en el almacén?



He aquí otro problema...

Juanita colecciona números naturales cuyo dígito de las unidades es la suma de los otros dígitos. Por ejemplo, ella coleccionó 10023, pues $1 + 0 + 0 + 2 = 3$.

1. En la colección de Juanita hay un número que tiene 4 dígitos y cuyo dígito de las unidades es 1 ¿cuál es el número?
2. ¿Cuál es el mayor número sin el dígito cero que puede aparecer en la colección?

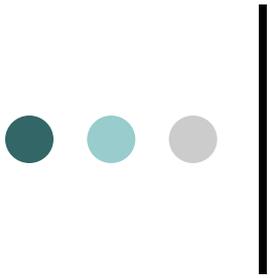


Aquí están los dos problemas...

La señora Juanita tenía que preparar la comida, y necesitaba comprar 5 kilos de papas en el almacén. Cada kilo costaba \$120. La señora Juanita pagó con \$5.000. ¿Cuánto vuelto le dieron en el almacén?

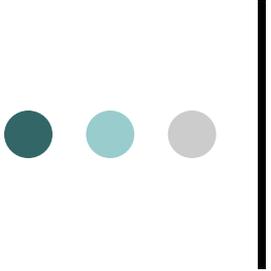
Juanita colecciona números naturales cuyo dígito de las unidades es la suma de los otros dígitos. Por ejemplo, ella coleccionó 10023, pues $1 + 0 + 0 + 2 = 3$.

1. En la colección de Juanita hay un número que tiene 4 dígitos y cuyo dígito de las unidades es 1 ¿cuál es el número?
2. ¿Cuál es el mayor número sin el dígito cero que puede aparecer en la colección?



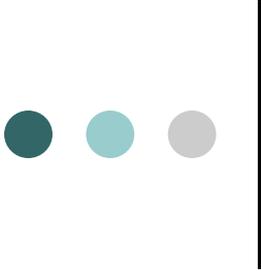
¿En qué se distinguen los problemas?

¿A cuál de los dos problemas se refieren las bases curriculares?



Las Bases Curriculares

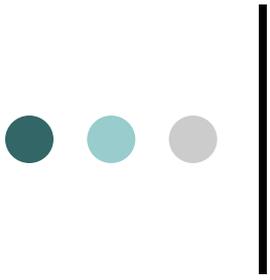
Resolver problemas es tanto un medio como un fin para lograr una buena educación matemática. **Se habla de resolver problemas, en lugar de simples ejercicios**, cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, **sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir**. Mediante estos desafíos, los alumnos experimentan, escogen o inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, transferencia desde problemas similares ya resueltos, etc.), comparan diferentes vías de solución y evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia.



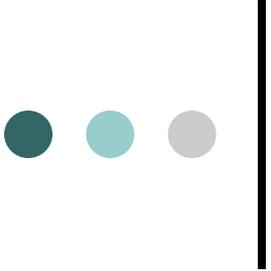
Resolución de problemas, (de problemas no rutinarios)

Se trata de problemas para los cuales quien lo enfrente no tiene rutinas para resolverlo; tiene herramientas, tiene conocimientos, tiene ganas, tiene imaginación y tiene inteligencia.

Un problema no es rutinario por sí mismo, sino que esto depende de quien lo va a abordar.



¿Resolver problemas?

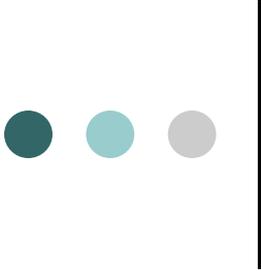


¿a quién le gusta jugar?

¿a quién le gusta perder?

y

¿a quién le gusta ganar?

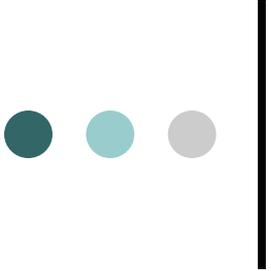


¿a quién le gusta resolver
problemas?

¿a quién le gusta quedarse sin
encontrar la solución del problema?

y

¿a quién le gusta encontrar la solución
del problema?



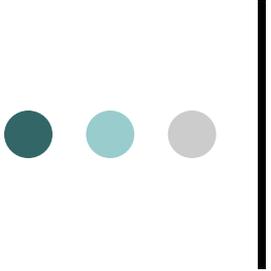
y... ¿Quién pone el problema?

El señor de las bicicletas

Un señor que hace bicicletas y tricilos tiene 19 ruedas y decide hacer bicicletas y triciclos con ellas.

¿Cuántos tipos de cada uno debe hacer para usar todas las ruedas?





Una solución...

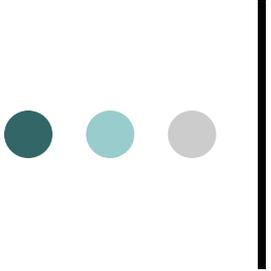
Juan: ¡profesora! yo sé, yo sé. 5 triciclos y 2 bicicletas.

Profesora: ¿y como sabes que está bien?

Juan: porque 3×5 es 15 y 2×2 es 4. Así que 15 ruedas para los 5 triciclos y 4 ruedas para las dos bicicletas, lo que nos da 19.

Profesora: ¿y es la única manera?

Juan: Hmmmm



Una solución...

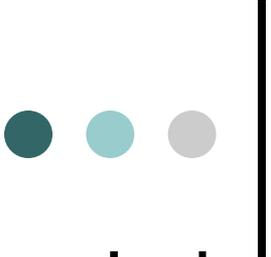
Marcela: Yo sé, profesora. Yo sé.

Profesora: ¿a ver...?

Marcela: Un triciclo y 8 bicicletas, porque las 8 bicicletas necesitan 16 ruedas y el triciclo necesita 3 ruedas, en total 19 ruedas.

Profesora: ¿y es la única forma?

Marcela: Hmm, déjeme ver...



Una solución...

Luis: Yo sé. Yo sé.

Profesora: ¿a ver...?

Luis: 4 triciclos y 3 bicicletas.

Profesora: ¿y como sabes que es así?

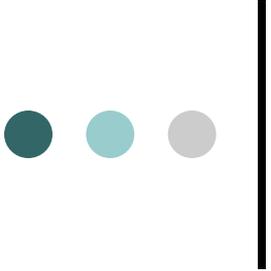
Luis: No sé, se me ocurrió.

Profesora: pero dime ¿por que piensas que es así?

Luis: Es que no se...

Profesora: ¿puedes hacer un dibujito?

Luis: Hmmm



Las soluciones...

Marcela: Yo sé ahora todas las soluciones...

Profesora: ¿a ver...?

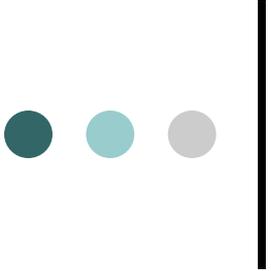
Marcela: 1 triciclo y 8 bicicletas, 3 triciclos y 5 bicicletas, 5 triciclos y 2 bicicletas...

Profesora: ¿y como sabes que no hay más?

Marcela: es que no hay más

Profesora: Pero ¿cómo estas segura que no hay más?

Marcela: Hmm



Las soluciones...

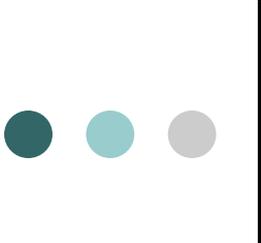
Juan: ya sé...

Profesora: ¿a ver...?

Juan: Son 1 triciclo y 8 bicicletas, 3 triciclos y 5 bicicletas y 5 triciclos y 2 bicicletas... y no hay más, porque hice la lista y me dí cuenta que un número par de triciclos no sirve.

Profesora: ¿Y si fueran 37 ruedas?...

Profesora: ¿y si tiene triciclos, bicicletas y monociclos?



Una solución...

Luis: Ahora si, ahora sé.

Profesora: ¿a ver...?

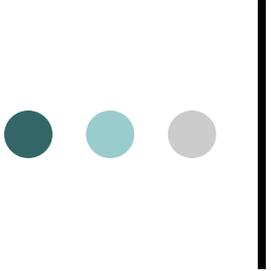
Luis: 3 triciclos y 5 bicicletas.

Profesora: ¿y como sabes que es así?

Luis: Mire profesora, hice este dibujo y conté las ruedas...

Profesora: ¿y porqué estaba mala la solución que me trajiste?

Luis: Con un dibujo, también conté las ruedas...y me di cuenta...



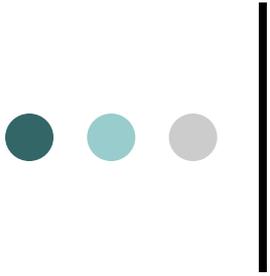
y... ¿Quién pone el problema?

El profesor o la profesora es quien pone el problema

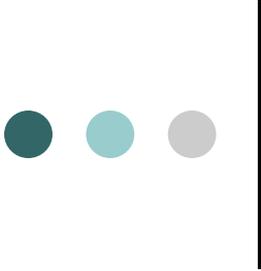
Es el profesor quien conoce el problema, que conoce sus posibilidades y quien lo gestiona.

El profesor puede graduarlo para cada alumno, para que todos puedan resolverlo.

¡¡Porque a nadie le gusta perder!!



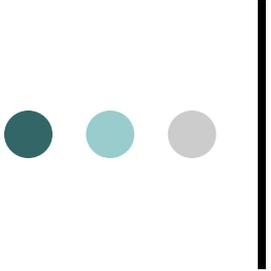
Ejemplos de problemas no rutinarios



El borrón

¿puedes completar?

$$25 + 8 \cdot 4 - \blacksquare \times 9 = 0$$



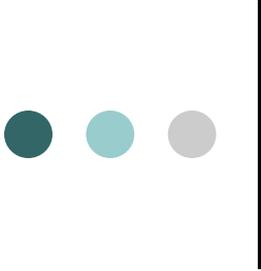
Los dígitos

Si A y B son dígitos distintos
 $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ y el valor de

$$A \times A + A$$

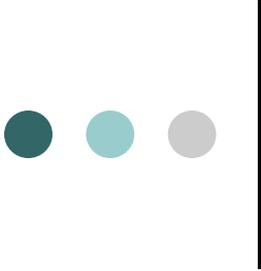
es un número de dos dígitos AB
entonces

¿Cuánto vale $B \times B + B$?



Sumandos incógnitos

$$\begin{array}{r} 4 \diamond \diamond \diamond \\ 4 \text{ ♪ } \text{ ♪ } \\ 4 \text{ ♪ } \\ + \quad \quad \quad 4 \\ \hline 4 \ 7 \ 0 \ 2 \end{array}$$

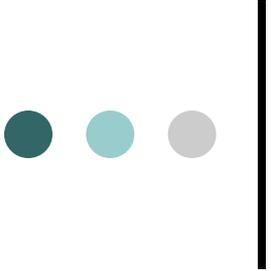


Cripto-aritmética

$$\begin{array}{r} \text{B E A} \\ + \text{L O U} \\ \hline \text{L O V E} \end{array}$$



¿Cómo trabajar los
problemas no rutinarios?

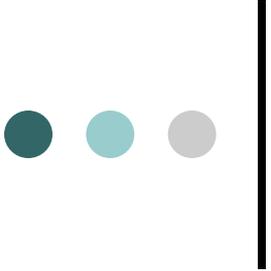


¿Cómo trabajar los problemas no rutinarios?

Es mejor el trabajo en grupo o en parejas, para que se produzca la discusión desde un comienzo.

Es mejor que los niños y las niñas trabajen por sí mismos.

Es mejor que el profesor apoye con preguntas, guiando, pero no resolviendo.



¿Cómo trabajar los problemas no rutinarios?

Una discusión final con todo el curso para mostrar las distintas formas de resolver el problema.

Para ver las distintas soluciones.

Para revisar las distintas estrategias y para reflexionar sobre el problema y lo que se ha aprendido.

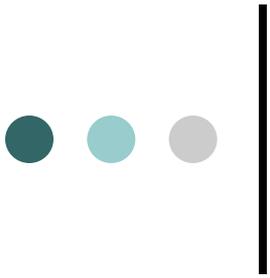


Más allá de los cuatro pasos de Polya

- Polya propone tres pasos para resolver un problema:

- 1. Entender el problema.**
- 2. Configurar un plan**
- 3. Ejecutar el plan**
- 4. Mirar hacia atrás**

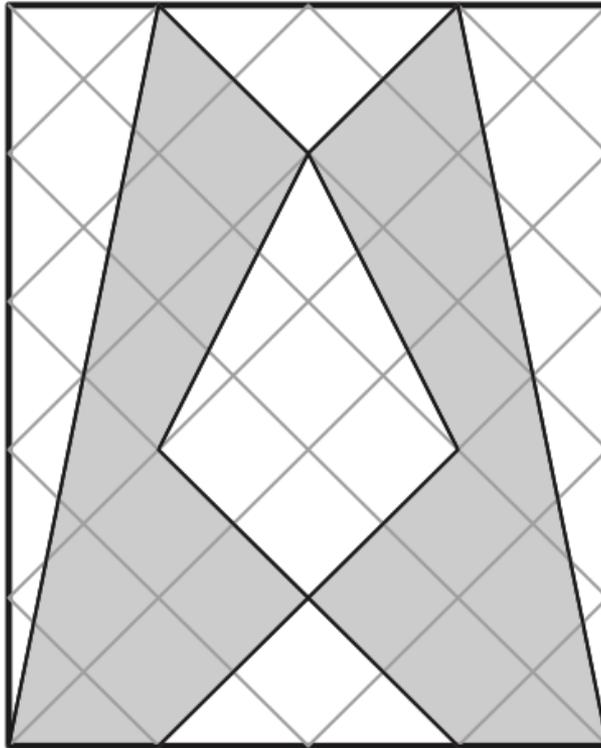
Estos pasos no se realizan en forma lineal, sino que hay que ir y venir una y otra vez hasta resolver el problema. A veces incluso hay que dejar ‘descansar’ el problema para volver a atacarlo más tarde.

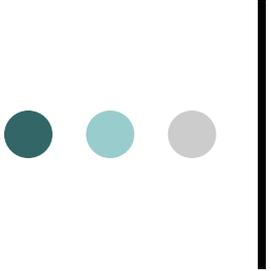


Más ejemplos de problemas no rutinarios

• • • ¿Dime el cuál es el área achurada?

La base del rectángulo es de 4 cm y la altura es de 5 cm



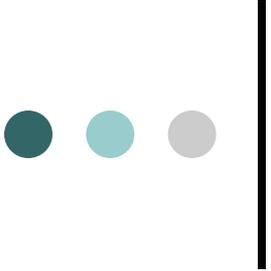


El dado de Beatriz

A Beatriz no le gusta que el número 12 cueste tanto que salga cuando se tiran dos dados ¿puedes hacer un dado para Beatriz?

¿Es posible cambiar los números de dos dados de modo que al lanzarlos solo se obtengan como resultados 6 y 12?

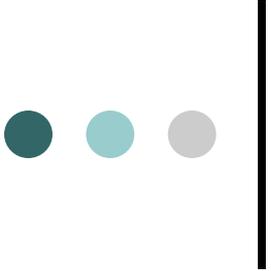
Para los nuevos dados, ¿cuál es la chance de obtener un 6 y cuál es la chance de obtener un 12?



Pedro, el generoso

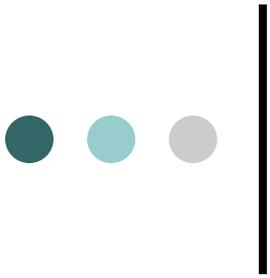
Pedro salió de casa con un montón de láminas de un álbum de las olimpiadas y volvió sin ninguna. Su madre le preguntó que había hecho con las láminas y Pedro contestó: *“a cada amigo que me encontré le di la mitad de las láminas que llevaba más una”*.

Si Pedro se encontró con seis amigos, ¿con cuántas láminas salió de la casa?

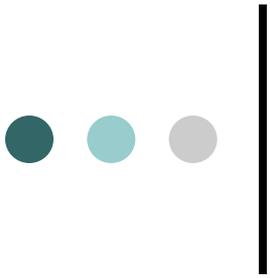


El rol de profesor en la
resolución de problemas

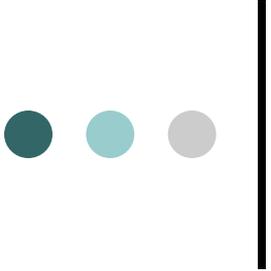
¿quién pregunta y quién
responde en la sala de
clases?

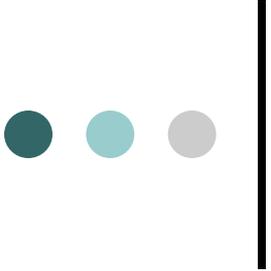


¿es el alumno quien pregunta
y
el profesor quien responde?



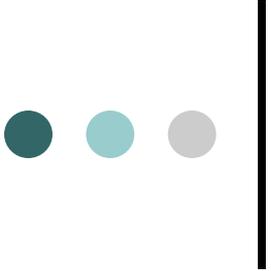
¿es el profesor quien pregunta
y
el alumno quien responde?

- 
- Es una buena estrategia hacer más preguntas que dar tantas respuestas.
 - A veces, se puede responder con una pregunta.



¿Quién sabe si un problema
está bien resuelto?

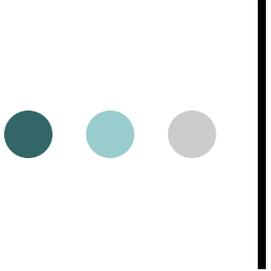
En definitiva ¿quién tiene la
verdad?



Pedro, el generoso

Pedro salió de casa con un montón de láminas de un álbum de las olimpiadas y volvió sin ninguna. Su madre le preguntó que había hecho con las láminas y Pedro contestó: *“a cada amigo que me encontré le di la mitad de las láminas que llevaba más una”*.

Si Pedro se encontró con seis amigos, ¿con cuántas láminas salió de la casa?



Pedro, el generoso

Luis: profesora, no puedo resolver el problema

Profesora: ¿puedes explicarme en qué consiste el problema?

Nancy: yo tampoco lo entiendo, por favor explíquenos el problema.

Profesora: ¿a ver qué hizo Pedro?

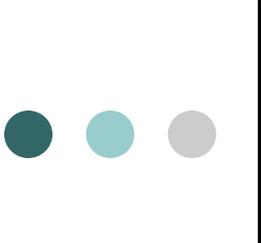
Nancy: regaló todas sus láminas.

Profesora: Claro, ¿y cuántas tenía?

(los niños leen de nuevo)

Ambos: ¡Ah! ¡ese es el problema!

(después de un rato de trabajo)



Pedro, el generoso

Nancy: Profesora, a mí no se me ocurre como hacerlo, ayúdeme...

Profesora: ¿Y a cuántos niños encontró Pedro?

Nancy: a ver... a 6 niños.

Profesora: ¿y qué hacía Pedro cuando se encontraba con sus amigos?

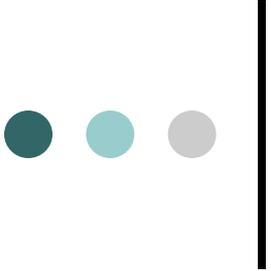
Luis: ¡Les regalaba láminas!

Profesora: ¿y cuántas láminas le regalaba?

Ambos: ¡Eso es lo que no sabemos!

Profesora: pero lean el problema...

(ambos niños vuelven a leer el problema, varias veces y conversan entre ellos)



Pedro, el generoso

Luis: Ahora si entendí, a cada niño que encontraba le regalaba la mitad de sus láminas, más una.

Profesora: ¿es así, y donde dice eso?

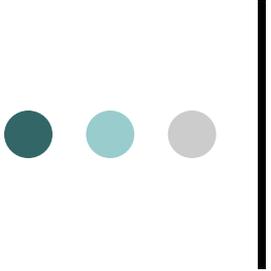
Nancy: Aquí dice, Luis tiene razón. Pero el problema es que no sabemos cuántas tiene, entonces no sabemos que número hay que dividir...

Profesora: Tienen que pensar un rato ... ese es el problema, ¿cuántas láminas tenía Pedro?

(después de un rato)

Profesora: ¿cómo les va?

Luis: no sabemos cómo hacerlo...



Pedro, el generoso

Nancy: Yo me dí cuenta que Pedro tenía un número par de láminas, porque sino, cuando se encontró con el primer niño, habría tenido que romper una lámina...

Luego probé con 36 y mire:

$36/2+1=19$ primer niño

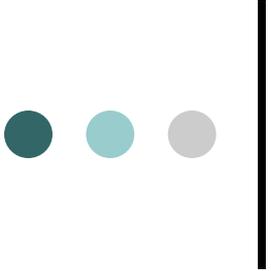
Y ahí me dí cuenta que no podía ser 36...

Profesora: ¿y probaste con otros número?

Luis: Yo intenté con 30 y mire...

$30/2+1=16$ primer niño

$16/2+1=9$ segundo niño... y de nuevo impar



Pedro, el generoso

Profesora: y ¿a cuántos niños encontró Pedro?

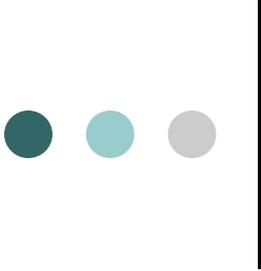
Nancy: eran 6 ¡son muchos!

Profesora: ¿y si fueran menos?

Luis: ¿podemos hacerlo con menos?

Profesora: No, tienes que hacerlo con 6 niños, pero ¿te ayudaría hacerlo con menos para aprender?

Nancy: Ya sé, si Pedro se hubiese encontrado con un solo niño, Pedro tendría que haberle dado la mitad de las que tenía más una y tendría que haberse quedado sin láminas... ¡sí! Pedro tendría que tener... a ver...



Pedro, el generoso

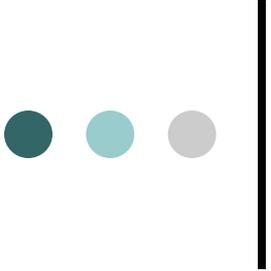
Nancy: Claro, ¡dos láminas!

$$2/2+1=2$$

Tenía dos láminas, y le dio al niño $2/2 + 1$ y se quedó sin láminas ¡Eso!

Luis: Y si fueran 2 niños, después del primero tendría que tener 2, así que tenía 6, fíjate...

Le dio $6/2 + 1 = 4$ al niño y se quedó con 2 y luego, se encontró con en otro niño y...



Pedro, el generoso

Nancy: Entonces tenemos que hacer una tabla ¡Si!

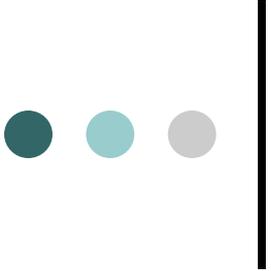
Luis: hagámosla

$2/2+1 = 2$ niño número 6

$6/2+1=4$, $6-4=2$ niño número 5

$14/2+1=8$, $14-8=6$ niño número 4

...

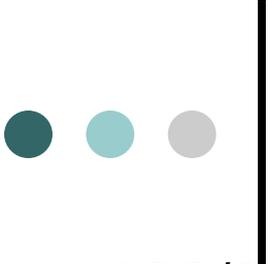


Pedro, el generoso

$30/2+1=16$, $30-16=14$ niño número 3

$62/2+1=32$, $62-32=30$ niño número 2

...



Pedro, el generoso

$126/2+1=64$, $126-64=62$ niño número 1

Nancy: ¡Profesora! ¡Pedro tenía 126 láminas! ¡lo descubrimos!

Profesora: ah, si. ¿como lo hicieron?

Luis: Mire profesora, fuimos escribiendo de atrás para adelante... y llegamos a 126, ahora, mire...

$126/2+1=64$, $126-64=62$

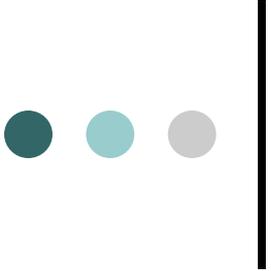
$62/2+1=32$, $62-32=30$

$30/2+1=16$, $30-16=14$

$14/2+1=8$, $14-8=6$

$6/2+1=4$, $6-4=2$

$2/2+1=2$, $2-2=0$



Pedro, el generoso

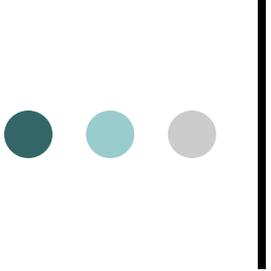
Profesora: ¡muy bien! ¿Y si fueran 7 amigos, cuántas láminas habría tenido?

Nancy: fácil, profesora, tenemos que alcanzar el doble de 64, es decir 128...

$$254/2+1=128$$

Profesora: muy bien, muy bien ¿quieren salir a recreo?

...

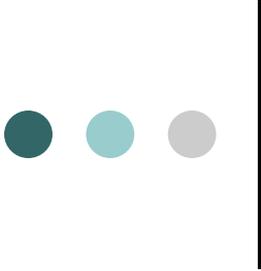


Nancy y Luis resolvieron el problema, ellos sabían que solución estaba correcta.

El alumno y la alumna sabe cuando un problema está bien resuelto... y si no sabe, es que todavía no lo ha resuelto...



Hacia la autonomía en el conocimiento matemático

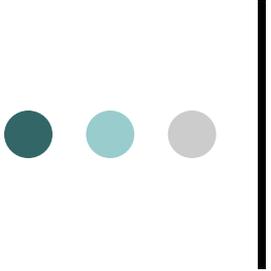


Le mejor profesora no es la que lo sabe
todo y

Sabe responder a todas las preguntas.

La mejor profesora es la que sabe
hacer buenas preguntas...

Devolviendo las preguntas, “pasando la
pelota”



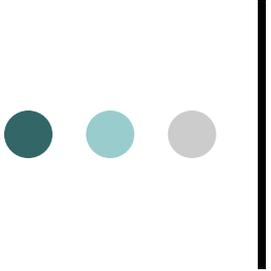
A modo de conclusión...

¿Qué quiero de mis alumnos y alumnas en matemáticas?

Quiero prepararlos para que sepan enfrentarse a un problema

Quiero que tengan herramientas, pero por sobre todo...

Quiero que sepan resolver problemas...

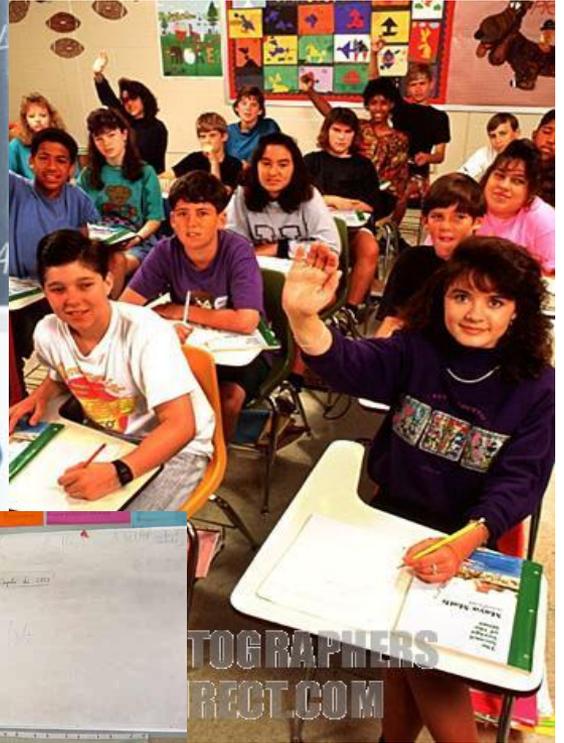


Pedro, el generoso

Profesora: Ah... Luis y Nancy...

Y ¿cuántas láminas tendría Pedro si se hubiera encontrado con N niños?

Muchas gracias ...



PHOTOGRAPHERS
DIRECT.COM